#10

Rantai Markov Diskrit (*Discrete Markov Chain*)

10.1. Pendahuluan

Berbagai teknik analitis untuk mengevaluasi *reliability* dari suatu sistem telah diuraikan pada bab terdahulu. Teknik analitis ini mengasumsikan bahwa sistem adalah tidak *repairable*, kalaupun sistem itu *repairable* maka selalu diasumsikan bahwa waktu untuk mereparasi sistem/komponen yang ada di dalam sistem adalah sangat singkat bila dibandingkan dengan waktu pengoperasian sistem. Teknik pemodelan dengan menggunakan pendekatan Markov (Markov *Approach*) menawarkan suatu pemodelan untuk memperhitungkan waktu reparasi atau *repairable system*.

Pendekatan Markov dapat diaplikasikan pada perilaku (*behavior*) *random* dari suatu sistem yang bervariasi secara diskrit maupun kontinyu terhadap ruang dan waktu. Variasi *random* baik secara diskrit maupun secara random ini disebut dengan proses stokastik (*stochastic process*). Tidak semua proses stokastik dapat dimodelkan dengan memakai pendekatan Markov dasar (*basic* Markov *approach*). Syarat yang harus dipenuhi agar suatu sistem dapat dimodelkan dengan menggunakan pedekatan Markov dasar adalah:

a. Sistem harus memiliki sifat *lack of memory*.

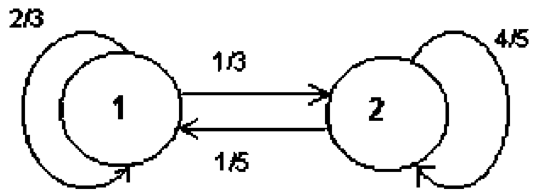
   Berarti bahwa keadaan sistem pada masa yang akan datang tidak tergantung dari keadaan masa lalu kecuali keadaan yang langsung mendahuluinya. Dengan kata lain keadaan dari suatu sistem pada masa yang akan datang hanya tergantung dari keadaan saat ini, dan bukan tergantung dari keadaan masa lalu dan tidak juga tergantung dari bagaimana suatu sistem dapat mencapai suatu keadaan pada saat ini.

b. Proses dari sistem harus stasioner atau homogen.

   Berarti bahwa perilaku sistem adalah sama pada semua titik-titik waktu yang akan dipertimbangkan, artinya probabilitas untuk berpindah dari satu keadaan ke keadaan lain adalah sama (stasioner) pada sembarang waktu baik waktu lampau dan waktu yang akan datang. Jika probabilitas ini merupakan fungsi dari waktu atau merupakan berupa angka diskrit yang berjenjang, maka proses ini dikategorikan sebagai non stasioner atau juga bisa disebut dengan non-Markovian.

Kedua sifat yang harus dimiliki oleh suatu sistem agar sistem ini bisa dimodelkan dengan menggunakan pendekatan Markov adalah bila sistem atau komponen yang ada di dalam sistem memiliki *probability distribution* dengan laju kegagalan (*failure rate*) yang konstan. *Probability distribution function* yang memiliki laju kegagalan yang konstan misalnya adalah distribusi eksponensial atau distribusi Poisson.

Secara umum pemodelan dengan menggunakan pendekatan Markov dapat diapakai untuk memodelkan ruang dan waktu (*space and time*) sistem baik yang diskrit maupun yang kontinyu. Umumnya, *space* dari sistem adalah diskrit, karena *space* ini hanya menunjukkan keadaan suatu sistem. Sebagai contoh, suatu sistem mungkin dalam keadaan *up* atau *down*. Sedangkan untuk waktu mungkin bisa diskrit atau kontinyu. Pemodelan sistem yang melibatkan pendekatan Markov secara diskrit disebut dengan rantai Markov diskrit (*discrete* Markov *chain*) sedang pemodelan sistem yang melibatkan pendekatan Markov secara kontinyu disebut dengan proses Markov (Markov *process*).



Gambar 10.1. *State–Space Diagram* Untuk Sistem Dengan 2 Keadaan

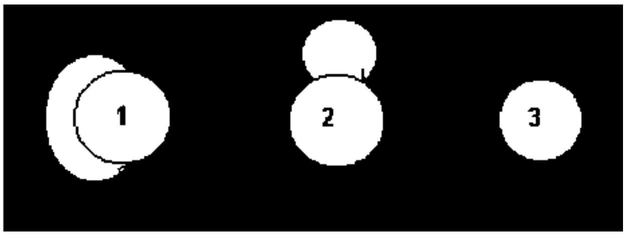
10.2. Konsep Pemodelan

Untuk mengilustrasikan mengenai konsep pemodelan Markov, misalkan ada sebuah sistem yang memiliki dua keadaan yaitu keadaan *up* (beroperasi) dan keadaan *down* (rusak). Kondisi ini dapat digambarkan dalam sebuah *state–space diagram* (diagram keadaan–ruang). Gambar 10.1 menunjukkan state space diagram dari contoh sistem yang dibahas.

Pada gambar 10.1, *state* 1 mewakili keadaan untuk sistem dalam keadaan *up*, sedang untuk *state* 2 mewakili keadaan sistem dalam keadaan *down*. Probabilitas dari sistem itu untuk tetap pada *state* 1 adalah 2/3 atau sistem itu dapat berpindah dari *state* 1 ke *state* 2 dengan probabilitas 1/3. Yang perlu diperhatikan dalam pemodelan ini adalah bahwa jumlah dari proabilitas ini adalah 1. Dari gambar 10.1 juga terlihat bahwa probabilitas sistem itu untuk tetap berada pada *state* 2 adalah 4/5 sedang probabilitas sistem itu berpindah dari *state* 2 ke *state* 1 adalah 1/5.

Contoh di atas merupakan contoh dari rantai Markov diskrit, karena sistemnya adalah stasioner dan perpindahan antara satu *state* ke *state* yang lain terjadi dalam jenjang diskrit.

Sistem di atas diasumsikan berawal pada *state* 1 dan perilaku transien (*transient behavior*) dievaluasi sesuai dengan pertambahan waktu. Keadaan sistem pada saat t=0 disebut dengan kondisi awal (*initial condition*). Untuk berbagai kasus pengevaluasian reliability dari sistem kondisi awal ini biasanya sudah diketahui. Perilaku transien dari sistem ini sangat tergantung dari kondisi awal sistem, sedangkan nilai probabilitas dari kondisi mantap (*limiting state/steady state*) tidak tergantung dari kondisi awal. Sebuah sistem atau suatu sistem dimana nilai probabilitasnya tidak tergantung pada kondisi awal dikenal dengan sistem ergodik (*ergodic system*). Agar suatu sistem bisa disebut sebagai sistem yang ergodik, maka semua state dari suatu sistem dapat dicapai dari berbagai *state* yang lain baik secara langsung maupun tidak langsung melalui *state* antara (*intermediate state*). Jika kondisi ini tidak mungkin terjadi dan ada satu atau beberapa *state* yang bila sekali sistem berada pada *state* ini sistem tidak bisa bertransisi ke *state* yang lain, maka *state* ini disebut dengan *absorbing state*. *State* 3 pada gambar 10.2 merupakan suatu contoh *absorbing state*.



Gambar 10.2. *State–Space Diagram* Dengan *State* 3 Sebagai *Absorbing State*

10.3. *Stochastic Transitional Probability* (STP) *Matrix*

State–space diagram pada gambar 10.1 dapat diekspresikan dalam bentuk matrik. Matrik ini merepresentasikan probabilitas transisi dari satu *state* ke *state* lain dalam satu jenjang atau interval waktu. Matrik ini disebut dengan matrik probabilitas transisional stokastik (*Stochastic Transitional Probability Matrix* – STP *Matrix*). Matrik STP dari gambar 10.1 dapat ditulis sebagai:

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{P_{11}} & \boldsymbol{P_{12}} \\ \boldsymbol{P_{21}} & \boldsymbol{P_{22}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3 & 1/3 \\ 1/5 & 4/5 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(10.1)}$$

dimana:

P_{ij} = probabilitas untuk melakukan transisi ke *state j* setelah satu interval waktu tertentu dimana *state i* merupakan awal dari satu interval waktu.

Sedang matrik STP untuk *state–space diagram* pada gambar 10.2 adalah:

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{P_{11}} & \boldsymbol{P_{12}} & \boldsymbol{P_{13}} \\ \boldsymbol{P_{21}} & \boldsymbol{P_{22}} & \boldsymbol{P_{23}} \\ \boldsymbol{P_{31}} & \boldsymbol{P_{32}} & \boldsymbol{P_{33}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ 1/5 & 3/5 & 1/5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(10.2)}$$

Secara umum bila suatu sistem yang dimodelkan dengan menggunakan pemodelan Markov secara diskrit memiliki *n* buah *state*, maka secara umum matrik STP nya dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{P_{11}} & \boldsymbol{P_{12}} & \cdots & \boldsymbol{P_{1n}} \\ \boldsymbol{P_{21}} & \boldsymbol{P_{22}} & \cdots & \boldsymbol{P_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \boldsymbol{P_{n1}} & \boldsymbol{P_{n2}} & \cdots & \boldsymbol{P_{nn}} \end{bmatrix} \qquad \textbf{(10.3)}$$

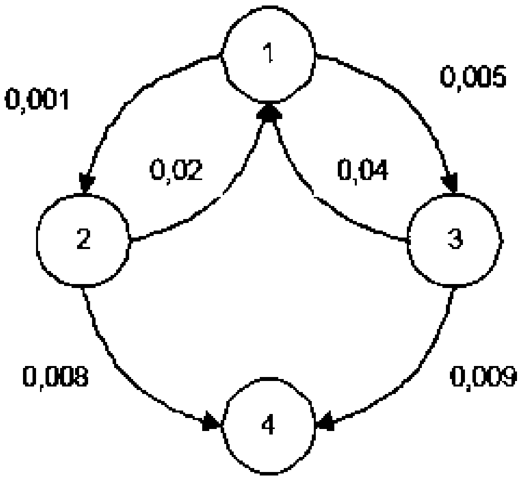
dengan:

P_{ij} = probabilitas untuk melakukan transisi ke *state j* setelah satu interval waktu tertentu dimana *state i* merupakan awal dari satu interval waktu.

Yang perlu diperhatikan dari matrik STP ini adalah jumlah probabilitas untuk masing-masing baris harus sama dengan satu.

Contoh 10.1

Gambar 10.3 menunjukkan sebuah *state–space diagram* yang merupakan model dari sebuah sistem. Laju perubahan dari satu *state* ke *state* lain juga ditunjukkan pada gambar. Tentukan matrik STP dari dari *state–space diagram* tersebut.



Gambar 10.3. ***State–Space Diagram*** **Untuk Contoh 10.1**

Solusi

STP matrik untuk permasalahan di atas

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{12} & P_{14} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,994 & 0,001 & 0,005 & 0 \\ 0,02 & 0,972 & 0 & 0,008 \\ 0,04 & 0 & 0,951 & 0,009 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

10.4. Evaluasi Probabilitas yang Tergantung Waktu (*Time Dependent Probability Evaluation*)

Pada contoh sistem yang diekspresikan pada gambar 10.1, setelah dua interval waktu maka perilaku dari sistem yang diwakili oleh nilai probabilitas yang terdapat di dalam matrik STP akan berubah menjadi

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} 2/3 & 1/3 \\ 1/5 & 4/5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2/3 & 1/3 \\ 1/5 & 4/5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 23/45 & 22/45 \\ 22/75 & 53/75 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(10.4)}$$

Elemen pada baris pertama kolom pertama dari matrik di atas dapat diartikan sebagai probabilitas sistem itu berada pada *state* 1 jika pada awalnya sistem itu berada pada state 1 adalah 23/45. Sedang elemen pada baris pertama kolom kedua dari matrik di atas dapat diartikan sebagai probabilitas sistem itu berada pada *state* 2 jika pada awalnya sistem itu berada pada *state* 1 adalah 22/45.

Elemen pada baris kedua kolom pertama dari matrik di atas dapat diartikan sebagai probabilitas sistem itu berada pada *state* 1 jika pada awalnya sistem itu berada pada *state* 2 adalah 22/75. Sedang elemen pada baris kedua kolom kedua dari matrik di atas dapat diartikan sebagai probabilitas sistem itu berada pada *state* 2 jika pada awalnya sistem itu berada pada *state* 2 adalah 53/75. Jadi matrik P^2 menyatakan semua proabailitas dari sistem setelah dua interval waktu, baik sistem itu berawal dari *state* 1 maupun berawal dari *state* 2. Secara umum elemen-elemen yang terdapat di dalam matrik P^n menyatakan probabilitas dari suatu sistem yang berawal dari keadaan *i* dan berakhir pada *state j* setelah *n* interval waktu.

Jika keadaan awal dari sistem diwakili oleh suatu matrik probabilitas $P(0)$ yang menyatakan probabilitas dari masing-masing *state* pada saat awal dari misi sistem, maka setelah *n* interval probabilitas dari sistem itu dapat dituliskan ke dalam sebuah persamaan.

$$\boldsymbol{P(n) = P(0)P^n} \qquad \textbf{(10.5)}$$

dengan:

$P(n)$ = matrik proababilitas yang menyatakan probabilitas dari masing-masing *state* setelah *n* interval waktu

$P(0)$ = matrik probabilitas yang menyatakan probabilitas dari masing-masing *state* pada saat awal dari misi sistem

P = matrik STP yang mewakili sistem

Bila sistem yang digambarkan pada gambar 10.1 mengawali misinya pada state 1, maka kondisi awal dapat dituliskan dalam matrik probabilitas

$$\boldsymbol{P(0) = [1 \quad 0]} \qquad \textbf{(10.6)}$$

Elemen 1 pada matrik probabilitas pada persamaan (10.6) menyatakan bahwa probabilitas dari sistem itu untuk berada pada *state* 1 adalah 1, sedang elemen 0 pada matrik probabilitas pada persamaan (10.6) menyatakan bahwa probabilitas dari sistem itu untuk berada pada *state* 2 adalah 0.

Contoh 10.2

Dengan menggunakan *state–space diagram* pada gambar 10.1, tentukan probabilitas masing-masing *state* setelah dua interval waktu, jika misi dari sistem tersebut diawali dari *state* 1.

Solusi

Setelah dua interval waktu maka perilaku dari sistem yang diwakili oleh nilai probabilitas yang terdapat di dalam matrik STP akan berubah menjadi

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} 2/3 & 1/3 \\ 1/5 & 4/5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2/3 & 1/3 \\ 1/5 & 4/5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 23/45 & 22/45 \\ 22/75 & 53/75 \end{bmatrix}$$

Setelah dua interval waktu, probabilitas masing-masing *state* dapat dihitung dengan menggunakan persamaan (10.5).

$$\boldsymbol{P}(2) = \boldsymbol{P}(0)\boldsymbol{P}^2 = [\mathbf{1} \quad \mathbf{0}]\begin{bmatrix} {}^{23}/_{45} & {}^{22}/_{45} \\ {}^{22}/_{75} & {}^{53}/_{75} \end{bmatrix} = [{}^{23}/_{45} \quad {}^{22}/_{45}] \qquad \textbf{(10.7)}$$

yang berarti bahwa setelah dua interval waktu, probabilitas dari sistem itu untuk tetap berada pada *state* 1 adalah 23/45 sedang probabilitas dari sistem itu untuk berada pada *state* 2 adalah 22/45.

10.5. Evaluasi Probabilitas Untuk Kondisi Mantap

Seksi 10.4 telah membahas bagaimana cara menghitung probabilitas dari suatu sistem yang telah dimodelkan dengan menggunakan rantai Markov diskrit untuk kondisi transien. Cara tersebut dapat juga dipakai untuk menghitung probabilitas dari sistem ergodik. Satu kelemahan dari cara ini adalah, perkalian matrik harus dialakukan secara berulang-ulang dan membutuhkan waktu yang sangat lama.

Berikut ini akan diuraikan suatu teknik perhitungan untuk mendapatkan nilai probabilitas dari suatu sistem ergodik untuk kondisi mantap. Prinsip dari perhitungan ini adalah sekali suatu sistem memasuki kondisi mantap, perkalian matrik STP lebih lanjut tidak akan merubah nilai probabilitas dari keadaan sistem yang sudah mantap. Secara matematis prinsip ini dapat ditulis dalam bentuk perkalian matrik. Jika A menyatakan vektor probabilitas untuk keadaan mantap sistem dan P adalah matrik STP, maka untuk kondisi mantap dari sistem akan berlaku.

$$\boldsymbol{AP} = \boldsymbol{A} \qquad \textbf{(10.8)}$$

Sistem yang dimodelkan pada gambar 10.1 kembali akan dipakai sebagai contoh. Misalkan $A = [P_1 \quad P_2]$, dengan P_1 mewakili probabilitas keadaan mantap dari sistem itu untuk berada pada *state* 1 dan P_2 mewakili probabilitas keadaan mantap dari sistem itu untuk berada pada *state* 2. Dengan memakai persamaan (10.8), probabilitas masing-masing state untuk kondisi mantap dapat dihitung sebagai berikut.

$$[\boldsymbol{P_1} \quad \boldsymbol{P_2}]\begin{bmatrix} {}^{2}/_{3} & {}^{1}/_{3} \\ {}^{1}/_{5} & {}^{4}/_{5} \end{bmatrix} = [\boldsymbol{P_1} \quad \boldsymbol{P_2}] \qquad \textbf{(10.9)}$$

atau

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}\boldsymbol{P_1} + \frac{1}{5}\boldsymbol{P_2} &= \boldsymbol{P_1} \\ \frac{1}{3}\boldsymbol{P_1} + \frac{4}{5}\boldsymbol{P_2} &= \boldsymbol{P_2} \end{aligned} \qquad \textbf{(10.10)}$$

yang bisa disederhanakan menjadi

$$\begin{aligned} -\frac{1}{3}P_1 + \frac{1}{5}P_2 &= 0 \\ \frac{1}{3}P_1 - \frac{1}{5}P_2 &= 0 \end{aligned} \tag{10.11}$$

Kedua persamaan di atas adalah identik, sehingga untuk menyelesaikan kedua persamaan di atas diperlukan sebuah persamaan lagi yaitu:

$$P_1 + P_2 = 1 \tag{10.12}$$

Dengan mengambil salah satu persamaan dari dua persamaan yang ada pada persamaan (10.11) dan persamaan (10.12), maka akan terbentuk dua buah persamaan simultan. Kedua persamaan simultan ini dapat ditulis menjadi sebuah persamaan matrik yaitu:

$$\begin{bmatrix} 1/3 & -1/5 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{10.13}$$

Persamaan matrik di atas dapat diselesaikan dengan menggunakan teknik penyelesaian standar seperti metode Cramer, eliminasi Gauss dan berbagai teknik penyelesaian lain. Solusi dari persamaan (10.13) adalah P_1 = 3/5 dan P_2 = 5/8.

Untuk sistem yang memiliki matrik STP dengan ordo lebih dari 2x2, maka salah satu persamaan yang dihasilkan oleh persamaan (10.8) harus diganti dengan persamaan yang memiliki bentuk seperti persamaan (109.12). Sebagai contoh, bila matrik STP suatu sistem berordo 3x3, maka persamaan (10.12) akan berubah menjadi $P_1 + P_2 + P_3 = 1$.

10.6. Absorbing State

Pada seksi terdahulu telah dijelaskan definisi dari *absorbing state*, yaitu sekali suatu sistem memasuki *state* ini maka sistem itu tidak akan bisa keluar dari *state* ini kecuali sistem ini memulai misi yang baru. Sistem yang memiliki sifat seperti ini bisa dikategorikan sebagai sistem yang berorientasi pada misi (*mission oriented system*). Pada kasus tertentu, satu persyaratan dari analisa keandalan adalah untuk mengevaluasi jumlah rata-rata dari interval waktu dimana sistem berada pada salah satu *non-absorbing state*, atau dengan kata lain berapa kali interval sistem beroperasi sebelum sistem tersebut memasuki *absorbing state*.

Prinsip ini juga dapat diterapkan pada *repairable system*, yaitu untuk mengevaluasi jumlah rata-rata interval waktu sistem yang akan beroperasi secara memuaskan sebelum memasuki keadaan yang tidak diinginkan. Pada kasus ini *state* yang dimaksud bukanlah merupakan *absorbing state* yang nyata karena keadaan ini dapat ditinggalkan setelah aksi reparasi dilakukan. Berikut ini akan diuraikan metode perhitungan yang dipakai untuk menghitung berapa interval waktu rata-rata dari suatu sistem sebelum absorbing state tercapai.

Jika P merupakan matrik STP dari sistem, sebuah *truncated* matrix Q dapat dibuat dengan menghapus kolom dan baris matrik yang berkaitan dengan *absorbing state*. Untuk persamaan (10.1) yang mewakili sebuah matrik STP sistem, jika *state* 2 didefinisikan sebagai *absorbing state*, maka matrik Q hanya akan memiliki satu elemen, yaitu $[P_{11}]$. Ini terjadi karena kolom kedua dan baris kedua dari matrik STP tersebut telah dihilangkan.

Secara umum, nilai harapan dari sebuah variabel *random* didefinisikan oleh:

$$\boldsymbol{E(x) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i P_i} \qquad \textbf{(10.14)}$$

Persamaan ini tidak hanya berlaku untuk elemen probabilitas tunggal P_i tetapi juga untuk elemen probabilitas multi yang dinyatakan oleh matrik Q. Oleh karena itu jika N menyatakan jumlah interval waktu yang diharapkan, maka:

$$\boldsymbol{N = 1I + 1Q + 1Q^2 + \cdots + 1Q^{n-1}} \qquad \textbf{(10.15)}$$

dimana: I merupakan matrik identitas.

Angka 1 pada tiap-tiap suku dapat dijelaskan sebagai berikut. Untuk suku pertama, 1 mewakili kontribusi terhadap nilai harapan dari sistem yang mulai beroperasi pada *state* 1, sedangkan angka 1 yang berada pada suku kedua mewakili kontribusi terhadap nilai harapan dari sistem yang mulai beroperasi pada *state* 2, begitu seterusnya. Sedangkan matrik satuan I pada suku pertama mewakili probabilitas terjadinya interval waktu pertama, probabilitas terjadinya interval waktu kedua dinyatakan dengan Q, sedangkan sedangkan probabilitas terjadinya interval waktu ketiga dinyatakan dengan Q^3 begitu seterusnya.

Persamaan (10.15) bukan merupakan persamaan yang siap untuk dievaluasi. Dengan mempertimbnagkan persamaan berikut ini:

$$\boldsymbol{[I - Q]\left[I + Q + Q^2 + \cdots + Q^{N-1}\right] = I - Q^N} \qquad \textbf{(10.16)}$$

Karena nilai-nilai elemen matrik Q adalah kurang dari 1, maka akan berlaku

$$\boldsymbol{\lim_{n\to\infty} Q^n = 0}$$

sehingga $\boldsymbol{I - Q^n \to I}$, dan persamaan (10.16) berubah menjadi:

$$\boldsymbol{[I - Q]\left[I + Q + Q^2 + \cdots + Q^{N-1}\right] = I}$$

Atau

$$\boldsymbol{[I - Q]\left[I + Q + Q^2 + \cdots + Q^{N-1}\right] = [I - Q]^{-1}}$$

Oleh karena itu, dari persamaan (10.15) dan (10.16) akan diperoleh:

$$\boldsymbol{N = [I - Q]^{-1}} \qquad \textbf{(10.17)}$$

Contoh 10.3

Dengan menggunakan *state–space diagram* pada gambar 10.1, jika didefinisikan *state* 2 merupakan *absorbing state*, tentukan untuk berapa kali interval sistem itu rata-rata akan beroperasi sebelum mencapai *absorbing state*.

Solusi

Jika *state* 2 didefinisikan sebagai *absorbing state*, maka *truncated* matrix Q dapat ditentukan sebagai berikut.

$$\boldsymbol{Q = P_{11} = \frac{1}{2}}$$

Sehingga:

$$\boldsymbol{N = \left[1 - \frac{1}{2}\right]^{-1} = 2}$$

Jadi rata-rata sistem itu akan beroperasi selama 2 interval waktu sebelum *state* 2 dimasuki.

10.7. Referensi dan Bibliografi

Priyanta. Dwi, [2000], Keandalan dan Perawatan, Institut Teknologi Sepuluh Nopemeber, Surabaya

Billinton, R. and Ronald N. Allan, [1992], Reliability Evaluation of Engineering Systems: Concepts and Techniques, 2nd edition, Plenum Press, New York and London

Henley, E.J. and Hiromitsu Kumamoto, [1992], Probabilistic Risk Assessment: reliability Engineering, Design, and Analysis, IEEE Press, New York

Hoyland, Arnljot and Marvin Rausand, [1994], System Reliability Theory Models And Statistical Methods, John Willey & Sons, Inc.

Ramakumar, R, [1993]., Engineering Reliability: Fundamentals and Applications, Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey 07632.